(問題２１)

(1) $f(x) = \frac{\log x}{x}$の極値を求めよ。

(2)　$a^b = b^a$ を満たす整数$(a,b)(a < b)$を求めよ。

(問題２２)

実数a,b,cは $1 \geq a \geq b \geq c \geq \frac{1}{4}$ を満 たすとする。

$x + y + z = 0$ となる実数x, y, zに対して
$ayz + bzx + cxy \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどんなときか。

(問題２３)
$x^2 + x + 2 = 2\sqrt{x^2 + x + 2 - a}$が４つの異なる実数解をもつための範囲を求めよ。

(問題２４)
$f(x) = px^3 - qx + p \quad (p > 0)$は$x = \alpha$で極大値$q$をもつ。$\alpha$の値を求めよ。またそのときの$q$を pで表せ。

(問題２５)

$f(x) = \frac{1}{2}x\left\{1 + e^{-2(x-1)}\right\}$とする。

(1) $x > \frac{1}{2}$ならば $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$を示せ。

(2) x_0を正の整数とする。数列$\{x_n\}$を$x_{n+1} = f(x_n)$によって定める。

$x_0 > \frac{1}{2}$であれば$\lim_{n\to\infty} x_n = 1$ であることを示せ。

(問題２６)
三角形 ABC は AB=5, AC=6, BC=7 を満たすとする。辺 AB 上に点 P をとり，AP＝t $(0 < t < 5)$とおく。また、辺 AC の C 側への延長上に点 Q を，三角形 ABC と三角形 APQ の面積が等しくなるようにとり，BC と PQ の交点を M とする。BM の長さおよび AQ の 長さをtで表せ。

(問題２７)

不等式$\sqrt{a^2-x^2} > 3x - a\ (a \neq 0)$が成立するとき，$a>0$のときと，$a<0$のときの$x$の範囲を求めよ。

(問題２８)

$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{ax^{2n-1}-x^2+bx+c}{x^{2n}+1}$

について、

(1)　$f(x)$がxの連続関数となるためのa,b,cの条件を求めよ。

(2)　(1)の条件のもとで$f(x)$の最大値とそれを与えるxの値をaを用いて表せ。

(問題２９)

極方程式$r = \frac{b}{1-acos\theta}$　　　$(b \neq 0, 0 < a < 1)$

が方程式 $\left(x+\frac{2}{3}\right)^2+\frac{4}{3}y^2=\frac{16}{9}$

と一致するようにa,bの値を定めよ。

(問題３０)

関数$f(x) = \frac{1}{1+e^{-px}}$

が極値をもつように，定数aの値の範囲を定めよ。ただし，pは正の定数である。