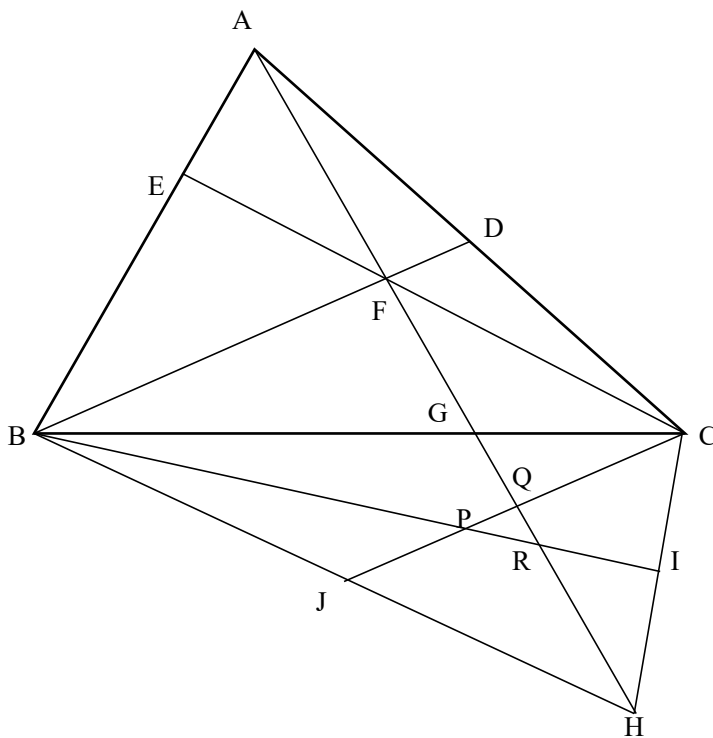


(問題 1 4 1)

$\triangle ABC$  の辺  $AC$  の中点を  $D$ , 辺  $AB$  を  $1:2$  に内分する点を  $E$ ,  $BD$  と  $CE$  の交点を  $F$  とする。直線  $AF$  と辺  $BC$  の交点を  $G$ , 更にその延長上の  $\triangle ABC$  の外部の一点を  $H$  とする。  $HC$  および  $HB$  の中点をそれぞれ  $I, J$  とし,  $BI$  と  $CJ$  の交点,  $CJ$  と  $HG$  の交点,  $HG$  と  $BI$  の交点をそれぞれ  $P, Q, R$  とする。



- (1)  $BG$  と  $GC$  の比を求めよ。
- (2)  $\triangle BCH$  と  $\triangle PQR$  の面積比を求めよ。

(問題 1 4 2)

円に内接する四角形  $ABCD$  において対角線  $BD$  上に  $\angle BAE = \angle CAD$  となるように点  $E$  をとる。

また、 $\angle BAD = 96^\circ, \angle ABD = 35^\circ$  とする。

- (1)  $\angle ACB$  の大きさを求めよ。
- (2)  $AB \cdot CD = AC \cdot BE$  であることを示せ。
- (3)  $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$  であることを示せ。

(問題 1 4 3)

楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  上に 2 点 A, B がある。原点 O と直線 AB の距離を  $h$  とする。

$\angle AOB = \frac{\pi}{2}$  のとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$  であることを示せ。

(2)  $h$  を  $a, b$  を用いて表せ。

(問題 1 4 4)

極方程式  $r = \frac{b}{1 - a \cos \theta}$  ( $b \neq 0, 0 < a < 1$ ) で与えられる曲線と、媒介変数表示された曲線

$x = \frac{4}{3} \cos t, y = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin t$  を  $X$  軸方向へ  $\frac{2}{3}$  だけ平行移動した曲線が一致するように

$a, b$  の値を定めよ。

(問題 1 4 5)

$k < 3$  とする。  $f(x) = \cos 3x + k \cos x + 2\sqrt{2}$  とおく。

(1)  $t = \cos x$  とおくと、  $g(t) = f(x)$  となるような関数  $g(t)$  を求めよ。

(2)  $g(t)$  の  $t > 0$  における最小値とそのときの  $t$  の値を求めよ。

(3) 方程式  $f(x) = 0$  が  $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$  で異なる 4 個の解をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。

(問題 1 4 6)

すべての  $x \geq 0$  に対して、  $x^3 - 3x^2 \geq k(3x^2 - 12x - 4)$  が成り立つ定数  $k$  の範囲を求めよ。

(問題 1 4 7)

三角錐 ABCD において辺 CD は底面 ABC に垂直である。  $AB = 3$  で、辺 AB 上の 2 点 E, F は  $AE = EF = FB = 1$  を満たし、  $\angle DAC = 30^\circ$ ,  $\angle DEC = 45^\circ$ ,  $\angle DBC = 60^\circ$  である。次のものを求めよ。

(1) 辺 CD の長さ

(2)  $\theta = \angle DFC$  とおくと、  $\cos \theta$  の値

(問題 1 4 8)

次の関係式で定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

$$a_1 = 4, a_{n+1} = 4a_n - 2^{n+1} (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(問題 1 4 9)

放物線  $y=x^2$  上の異なる 3 点  $A(a,a^2), B(b,b^2), O(0,0)$  を考える。ただし、 $a < b$  とする。

- (1)  $\angle AOB$  が直角になるための条件を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $a, b$  が(1)の条件を満たすとき、 $\triangle AOB$  の面積を最小とするような  $a, b$  の値を求めよ。
- (3)  $a, b$  が(1)の条件を満たすとき、四角形  $AOBC$  が長方形となるように点  $C$  を定める。点  $C$  の軌跡を図示せよ。

(問題 1 5 0)

2 点  $A(3,0), B(0,2)$  がある。原点を中心とする半径 1 の円周上を点  $P$  が動くとき、 $PA^2 + PB^2$  の最大値と、そのときの点  $P$  の  $x$  座標を求めよ。