(問題１７１)
△ABC の重心を G、外接円の中心を E とする。次を示せ。

(1) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

(2) $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EH}$ となる点 H をとると，点 H は△ABC の垂心である。

(3) E,G,H は一直線上にあり， $EG:GH=1:2$ である。

(問題１７２)
正の実数からなる数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおく。数列 $\{a_n\}$ が

$2S_n=a_n^2+n(n=1,2,3\cdots)$ を満たすとき

(1) a_1 を求めよ。
(2) a_2,a_3,a_4 を求めよ。
(3) a_n を予想し，それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

(問題１７３)

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ が $x=\alpha$ で極大値 $x=\beta$ で極小値をとるとする。

このとき， $f(\alpha)-f(\beta)$ を（ a,b,c を使わずに） $\beta-\alpha$ の式で表せ。

$f(\alpha)-f(\beta)=4, b=a^2-5$ となるときの a の値を求めよ。

(問題１７４)
(1) $\sin\theta+\cos\theta=t$ とおく。 $0^\circ\leq\theta\leq 90^\circ$ のとき， t のとりうる値の範囲を求めよ。
(2) $0^\circ\leq\theta\leq 90^\circ$ のとき， $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(問題１７５)

a,b,c は正の整数であり， a^2b は 7 桁の整数， $\dfrac{b^2}{c^8}$ は小数で表すと小数第 10 位に初めて 0 でない数字が現れる数である。このとき， ac^2 は何桁の整数であるか求めよ。

$\dfrac{ab\sqrt{b}}{c^4}$ は小数で表すと小数第何位に初めて 0 でない数字が現れる数であるか求めよ。

(問題１７６)
(1) $\log_2 3$ は無理数であることを証明せよ
(2) n が正の整数のとき， $\log_2 n$ が整数でない有理数となることがあるかどうか調べよ。

(問題１７７)
(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおく。 $\sin\theta\cos\theta$ を t で表せ。
(2) $0\leq\theta\leq\pi$ のとき， $t=\sin\theta+\cos\theta$ のとりうる範囲を求めよ。
(3) $0\leq\theta\leq\pi$ のとき， θ の方程式 $2\sin\theta\cos\theta-2(\sin\theta+\cos\theta)-k=0$ の解の個数を，定数 k が次

の３つの値の場合について調べよ。

$k=1, k=1-2\sqrt{2}, k=-1.9$

(問題１７８)

関数 $f(\theta)=6\sin\theta\cos\theta-8\sin^3\theta\cos\theta+2\cos^2-1$ について

(1) $\sin 2\theta+\cos 2\theta=t$ とおくとき，t のとりうる値の範囲を求めよ。
(2) $f(\theta)$ を t を用いて表せ。
(3) $f(\theta)$ の最大値を求めよ。

(問題１７９)
r は実数の定数とし，$r\neq 1$ とする。数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は初項が $a_1=1, b_1=0$ で，全ての正の整数 n に対して次の関係を満たす。

$$a_{n+1}=\frac{r}{2}a_n-\frac{r}{2}b_n, b_{n+1}=\left(1-\frac{r}{2}\right)a_n+\left(1+\frac{r}{2}\right)b_n$$

(1) $v_n=a_n+b_n$ とする。数列 $\{v_n\}$ の第 n 項を求めよ。
(2) $w_n=a_n-b_n$ とする。数列 $\{w_n\}$ の第 n 項を求めよ。
(3) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の第 n 項をそれぞれ求めよ。

(問題１８０)

p, q は正の有理数で $\sqrt{q}$ は無理数であるとする。自然数 n に対し，有理数 a_n, b_n を

$(p+\sqrt{q})^n=a_n+b_n\sqrt{q}$ によって定める。

(1) $(p-\sqrt{q})^n=a_n-b_n\sqrt{q}$ を示せ。

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\sqrt{q}$ を示せ。