

(問題 1 8 1)

$x$  は実数とする。このとき関数  $y = \frac{10}{3}(3^x + 3^{-x}) - (9^x + 9^{-x}) - \frac{4}{3}$  の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

(問題 1 8 2)

$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}, \sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{3}$  のとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\cos(\alpha - \beta)$  の値を求めよ。
- (2) 一般に、次の式が成り立つことを示せ。  
 $\cos 2x + \cos 2y = 2\cos(x + y)\cos(x - y)$
- (3)  $\cos(\alpha + \beta)$  の値を求めよ。

(問題 1 8 3)

$0 \leq \theta \leq \pi$  として、 $x$  の関数  $f(x)$  を  $f(x) = x^2 + \frac{2\cos \theta}{\sqrt{3}}x - 2\sin \theta$  と定める。 $x$  が整数を動くときの  $f(x)$  の最小値を  $m(\theta)$  とおく。

- (1)  $\theta$  が  $\cos \theta \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$  を満たす場合に、 $m(\theta)$  が最小となる  $\theta$  を求めよ。
- (2)  $m(\theta)$  が最小となる  $\theta$  の値と、そのときの最小値を求めよ。

(問題 1 8 4)

第 3 項が 8, 第 10 項が 29 の等差数列  $\{a_n\}$  の初項を  $a$ , 公差を  $d$  とするとき

- (1)  $a$  と  $d$  の値を求めよ。
- (2) 和  $2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_n}$  を  $n$  の式で表せ。
- (3) 200 以下の  $a_n$  のうち偶数であるものの和を求めよ。

(問題 1 8 5)

$\cos 3\theta + \sin 2\theta + \cos \theta > 0$  を満たす  $\theta$  の範囲を求めよ。ただし  $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

(問題 1 8 6)

$a > 0$  とする。項数 3 の 2 つの有限数列  $4, a, b$  および  $b, c, 36$  はともに等比数列であり、 $a, b, c$  は等差数列である。このとき  $a, b, c$  の値を求めよ。

(問題 187)

数列  $\{a_n\}$  は初項 2, 公比  $r$  の等比数列で, 初項から第 10 項までの積が  $2^{20}$  である。ただし,  $r > 0$  とする。

- (1)  $\log_2 r$  を求めよ。
- (2)  $a_n$  の値が初めて  $2^{100}$  より大きくなる  $n$  の値を求めよ。

(問題 188)

関数  $f(x)$  は

$$f(x) = x + 2 \int_0^{\pi} f(t) \sin(x-t) dt$$

を満たすとする。このとき,  $f(x)$  を求めよ。

(問題 189)

$m, n$  を正の整数とする。定積分  $I(m, n) = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx$  に関して

- (1)  $I(m, 1)$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき  $I(m, n)$  を  $I(m+1, n-1)$  を用いて表せ。
- (3)  $I(m, n)$  を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。

(問題 190)

$f(x)$  は実数全体で定義された何回でも微分可能な関数で,  $f(0) = 0, f(\pi) = 0$  を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $\int_0^{\pi} f(x) \sin x dx = -\int_0^{\pi} f''(x) \sin x dx$  を示せ。
- (2)  $f(x) = x(x-\pi)$  のとき, 実数  $a$  に対し

$$F(a) = \int_0^{\pi} \{af(x) - \sin x\}^2 dx$$

とする。  $a$  を変化させたとき,  $F(a)$  を最小にする  $a$  の値を求めよ。