

(問題 1 3 1)

3 次の多項式  $f(x)$  は  $x^3$  の係数が 1,  $f(0)=0$  である。  $f(x)$  と  $f(x+1)$  を  $x^2-x-2$  で割った余りが等しい  $f(x)$  を求めよ。

(問題 1 3 2)

$f_n(x) = \frac{\tan^{2n+1} x - \tan^n x + 1}{\tan^{2n+2} x + \tan^{2n} x + 1} \left( 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$  とする。  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$  を求め、関数  $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ。

(問題 1 3 3)

曲線  $y = x^2 - x$  と 2 直線  $y = mx, y = nx$  とで囲まれる部分の面積が  $\frac{37}{6}$  となるように整数  $m, n$  を定めよ。ただし  $m > n > 0$  とする。

(問題 1 3 4)

実数を成分とする行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は  $(a-d)^2 = -4bc, b \neq 0$  を満たす。

(1) 方程式  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  が零ベクトル以外の解  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  をもつような  $k$  (これを  $k_0$  とする) を定め、そのときの解全体の集合  $L$  を求めよ。

(2)  $F = A - k_0 E$  ( $E$  は単位行列) とする。  $L$  に属さないベクトル  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$  に対し

$F \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$  とおくと  $P = \begin{pmatrix} x_1 & x_0 \\ y_1 & y_0 \end{pmatrix}$  は逆行列をもつことを示せ。

(3)  $F^2$  は零行列であることを示し、  $AP = P \begin{pmatrix} k_0 & 1 \\ 0 & k_0 \end{pmatrix}$  を証明せよ。

(問題 1 3 5)

三角形  $ABC$  において、  $AB=4, AC=5, \angle A=60^\circ$  とする。  $\angle A$  の二等分線と  $BC$  の交点を  $D$  三角形  $ABC$  の内心を  $M$  とする。次を求めよ。

- (1) 三角形  $ABC$  の面積
- (2)  $AD$  の長さ
- (3)  $MD$  の長さ

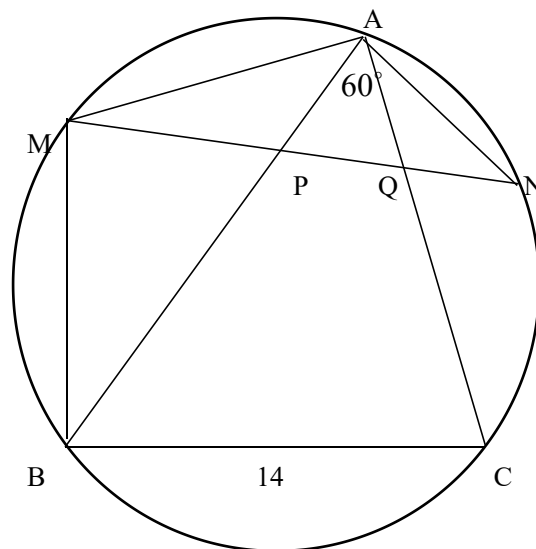
(問題 1 3 6)

四角形  $ABCD$  が、半径  $\frac{65}{8}$  の円に内接している。この四角形の周の長さが 44 で、辺  $BC$  と辺  $CD$  の長さがいずれも 13 であるとき、残りの 2 辺  $AB$  と  $DA$  の長さを求めよ。

(問題 1 3 7)

図のように、 $\angle A = 60^\circ, BC = 14$ の三角形  $ABC$  の外接円の弧  $AB$  の中点を  $M$ , 弧  $AC$  の中点を  $N$  とする。また、 $MN$  と  $AB, AC$  との交点をそれぞれ  $P, Q$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 三角形  $APM$  と三角形  $NQA$  であることを証明せよ。
- (2) 三角形  $APQ$  は正三角形であることを証明せよ。
- (3)  $\angle MBN$  の大きさ, および  $MN$  の長さを求めよ。
- (4)  $MP = 2$  のとき,  $PQ$  の長さを求めよ。



(問題 1 3 8)

次のような3つのさいころを振るとき、目の和が5の倍数となる場合は何通りあるか。

- (1) 全て区別がつく
- (2) 1つだけ区別がつく
- (3) 区別がつかない

(問題 1 3 9)

座標平面上で、原点  $O$  を基準とする点  $P$  の位置ベクトル  $\vec{OP}$  が  $\vec{p}$  であるとき点  $P$  を  $P(\vec{p})$

で表す。ベクトル  $\vec{b} = (1, 1)$  に対して、不等式  $|\vec{p} - \vec{b}| \leq |\vec{p} + 3\vec{b}| \leq 3|\vec{p} - \vec{b}|$  を満たす点  $P(\vec{p})$  全体が表す領域を図示せよ。

(問題 1 4 0)

連続関数  $f(x)$  に対して、 $F(x) = -\frac{x}{2} + \int_x^0 t(x-t)dt$  とおく。

また、 $F'' = \cos x$  とする。

- (1)  $f(x), F(x)$  を求めよ。

(2)  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  において,  $F(x)$  の最大値、最小値を求めよ。