

(問題 5 1)

1 から 10 までの数から異なる 3 つの数を選び出すとき最大の数が 8, 最小の数が 4 以下である確率を求めよ。

(問題 5 2)

1 から 7 までの数の順列で (1 は常に 2 より左。3 は 2 より常に右) の順序にあり 6, 7 (6 は常に 7 より左) もこの順序にあるようにしたい。このような並べ方は何通りあるか。

(問題 5 3)

T と書かれたカードが 4 枚, O と書かれたカードが 3 枚, R と書かれたカードが 2 枚, I と書かれたカードが 1 枚, 計 10 枚のカードから順に 7 枚のカードを取り出して左から順に並べる試行の結果 TOTTORI となる確率を求めよ。

(問題 5 4)

A B C D 4 種類の商品をそれぞれ a 個, b 個, c 個, d 個 合わせて 10 個買うものとする。ただし $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1, d \geq 1$ とする。 買い方には全部で何通りあるか。

(問題 5 5)

鉛直から角度 30° の容器に蛇口から毎秒 a の水が流れ込んでいる。

(1) 水の水面の高さ z のときの水の体積 V を求めよ。

(2) 水の水面の高さ h のときの水面の上昇速度を a と h を用いて表せ。

(問題 5 6)

定直線上の定点において定直線に接するようすべての円に、直交する曲線の方程式を求めよ。

(問題 5 7)

各自然数 n に対し $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n+ik}$ の実部、虚部をそれぞれ A_n, B_n とするとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} B_n$

を求めよ。ただし i は虚数単位である。

(問題 5 8)

不等式

$$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{n^2} \right)$$

を証明せよ。

(問題 59)

放物線 $y = x^2 - 4$ … ①と、直線 $y = 3x$ … ②について次の問いに答えよ。

- (1) ①と②の交点を求めよ。
- (2) ①と②で囲まれた部分を、 x 軸の周りに1回転してできる立体の体積を求めよ。

(問題 60)

次の有理数列について以下の問いに答えよ。

(*) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$

- (1) 数列(*)の $\frac{37}{50}$ は第何項になるか。
- (2) 数列(*)の第1000項の数を求めよ。
- (3) 初項から第1000項までの和を求めよ。