(問題１６１)

不等式$\left|x^2-1\right|+\left|y+2\right|\leq 1$で表される領域を$D$とする。

(1) 領域Dを図示せよ。
(2) 領域Dの面積を求めよ。

(問題１６２)
aは実数とする。２つの曲線

$y=x^3+2ax^2-3a^2x-4$ と $y=ax^2-2a^2x-3a$

は，ある共有点で両方の曲線に共通な接線をもつ。このときaを求めよ。

(問題１６３)

$f(x)=ax^2+bx+c$とし，2 つの曲線$y=f(x)$と$y=-x^2+1$は点$(1,0)$で共通接線をもつとする。

(1) aとbをcを用いて表せ。
(2) 方程式$f(x)=0$が 1 以外の解αをもつとき，aをcを用いて表せ。
(3) (2)と同じ仮定のもとで，$\int_{\alpha}^{1}\left\{f(x)-x^2+1\right\}dx=0$となるような$c$の値を求めよ。

(問題１６４)

多項式$f(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+\gamma$が任意の 2 次以下の多項式$g(x)$に対して

$\int_0^1 f(x)g(x)dx=0$を満たすときα,β,γの値を求めよ。

(問題１６５)
3 点$O(0,0),A(4,0),B(2,2)$を頂点とする三角形 OAB の面積を，
直線$y=mx+m+1$が 2 等分するとき，定数mの値を求めよ。

(問題１６６)

xy平面上の半径 1 の円Cが，直線$x+\sqrt{3}y=4$と単位円$x^2+y^2=1$の両方に接するという。

このときCの中心の座標を求めよ。

(問題１６７)
座標平面上の原点Oと 2 点$A\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),B\left(1,\frac{1}{3}\right)$を頂点とする△AOB の重心，外心，内心をそれぞれ G,C,I で表す。これら G,C,I,の座標を求めよ。また，3 点 G,C,I は同一直線上にあり，その直線の方程式を求めよ。

(問題１６８)

$f(x)=x^3-(2m+1)x^2+m^2x$ とし，m は正の定数とする。方程式 $f(x)=0$ は相異なる２つの正の実数解 $\alpha,\beta(\alpha<\beta)$ をもつことを示せ。また，曲線 $f(x)$ と x 軸で囲まれた図形について，$y\geq 0$ の範囲と $y\leq 0$ の範囲の部分の面積が等しいとき m,α,β の値を求めよ。

(問題１６９)

$a>0$ とする。座標平面上において，2 点 $(a,0),(2a+1,0)$ から放物線 $y=x^2$ に引いた接線で x 軸と異なるものをそれぞれ l_1,l_2 とする。
(1) l_1 と l_2 の方程式を求めよ。
(2) この放物線と l_1,l_2 で囲まれる部分の面積 S を求めよ。
S が l_1,l_2 および x 軸で囲まれる部分の面積に等しくなるような a の値を求めよ。

(問題１７０)

放物線 $C: y=x^2$ 上の点 $A(a,a^2),B(b,b^2)$ をとる。ただし，$b<0<a$ とする。

(1) 放物線 C の点 A における接線と点 B における接線の交点の座標を求めよ。
(2) 放物線 C と直線 AB で囲まれる部分の面積 S を求めよ。
(3) 三角形 OAB の面積を T とするとき，$\dfrac{T}{S}$ がとりうる値の最大値を求めよ。
ただし，O は原点とする。