

(問題 6 1)

係数が実数の範囲で $x^8 + 1$ を因数分解せよ。

(問題 6 2) $x = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$, $y = \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$ のとき, $xy, x + y, x^2 + y^2, x^4 + y^4$ の値を求めよ。

(問題 6 3)

(1) 2つの整式 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 12$, $Q(x) = x^4 + cx^3 + bx^2 + ax + 12$ (ただし $a \neq c$)が1次式の共通な因数をもつとき $P(x)$ を因数分解せよ。

(2) (1)の整式 $P(x)$ と $Q(x)$ が、2次式の共通な因数を持つとき、 $b^2 - c^2$ を a を用いてあらわせ。

(問題 6 4)

$X = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ のとき X^5 を求めよ。

(問題 6 5)

行列 A を $A = \begin{pmatrix} x & \sqrt{y} \\ -\sqrt{y} & x \end{pmatrix}$ ($y > 0$) とするとき $A^3 = -8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を満たす x, y の値を求めよ。

(問題 6 6)

$a > 0, b > 0, c > 0$ のとき次の不等式を証明せよ。

$$(1) \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$$

$$(2) \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$$

(問題 6 7)

次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y + xy = 1 \\ x^2 + 5xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

(問題 6 8)

連立方程式 $ax + y = 1, 4x + ay = 2$ を解くと、 $a \neq \boxed{\text{ア}}$ かつ $a \neq \boxed{\text{イ}}$ のとき $x = \boxed{\text{ウ}}$, $y = \boxed{\text{エ}}$ $a = \boxed{\text{ア}}$ のとき解なし。 $a = \boxed{\text{イ}}$ のとき $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{オ}}$ を求めよ。

(問題 69)

$$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 0 & na \\ 0 & 0 \end{pmatrix} (a \neq 0, n \text{ は自然数とする})$$

$X^2 = N$ を満たす行列 X は存在しないことを証明せよ。

(問題 70)

大, 中, 小 3 個のサイコロを投げるとき目の積が 4 の倍数になる場合の数を求めよ。