

(問題 1 1)

$x$  の範囲が実数全体るとき  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x+1}$  の取り得る値の範囲を求めよ。

(問題 1 2)

係数  $a, b, c$  が奇数である 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  は有理数の解をもたないことを証明せよ。

(問題 1 3)

$f(x) = e^x + \int_0^2 f(x) dx = 20$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

(問題 1 4)

サイクロイド  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$  ( $a > 0$ )  $0 \leq t \leq 2\pi$  の部分と  $x$  軸で囲まれた面積  $S$  を求めよ。

(問題 1 5)

(1)  $\cos \theta + \cos 2\theta = 1$  のとき,  $\cos \theta$ 、 $\sin^2 \theta + 2\sin^4 \theta$  を求めよ。

(2)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$  のとき,  $\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta}$  を求めよ。

(問題 1 6)

$\log_{10} 7$  の近似値は 0.8451 である。ある整数  $x$  に対して  $7^x$  が 15 桁の整数となるとき  $7^x$  の 1 の位の数と,  $7^x$  の  $10^{14}$  の位の数字を求めよ。必要であれば  $\log_{10} 2 \cong 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \cong 0.4771$  を用いよ。

(問題 1 7)

(1) 5400 の正の約数は全部で何個あるか求めよ。

(2) 5400 の正の約数の和を求めよ。

(問題 1 8)

$k$  を定数とする。  $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  に関して  $A^2 - 3A + 2E = 0$  が成立することを利用して  $A^8 - A^7 - 4A^6 + 4A^5 + 3A^2 - 6A$  を計算せよ。

(問題 19)

$$C_1: x^2 + y^2 = 25$$

$C_2: (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2$  の共有点を通る直線の方程式を求めよ。

(問題 20)

カージオイド (心臓系)

$$\begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t \\ y = 2 \sin t - \sin 2t \end{cases}$$

で囲まれた部分の面積を求めよ。