

(問題 1 0 1)

正 n 角形の 3 つの頂点を結んでできる三角形のうち、この正 n 角形と辺を共有しないものの個数が $7n$ であるという。 n の値を求めよ。

(問題 1 0 2)

n を 2 以上の自然数とし、整式 x^n を $x^2 - 6x - 12$ で割った余りを $a_n x + b_n$ とする。

- (1) a_2, b_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n と b_n を用いて表せ。
- (3) 各 n に対して、 a_n と b_n の公約数で素数となるものを全て求めよ。

(問題 1 0 3)

$x + y + z = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ を満たす整数解は何個あるか。

(問題 1 0 4)

6 個の数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 を用いて 4 桁の数を作る。同じ数字を繰り返し使ってもよいとすると、この 4 桁の数はいくつできるか。

(問題 1 0 5)

- (1) 8 人を 2 人ずつ 4 つの組 A, B, C, D に分けるときの分け方は何通りあるか。
- (2) 8 人を 2 人ずつ 4 つの組に分けるときの分け方は何通りあるか。

(問題 1 0 6)

- (1) 5 人で 1 回ジャンケンをして、1 人だけが勝ち残る確率を求めよ。
- (2) 6 人で 1 回ジャンケンをして、2 人だけが勝ち残る確率を求めよ。

(問題 1 0 7)

数直線上の動点 A の最初の位置を原点とする。さいころを投げて、奇数の目が出たときは -1 、偶数の目が出たときは $+1$ 、A を動かすとする。8 回さいころを投げたときの A の座標を X として、次の問いに答えよ。

- (1) $X = n$ となる確率を求めよ。
- (2) 1 回目で A が $+1$ に動き、 $X = 4$ となる確率を求めよ。

(問題 1 0 8)

- (1) 6 人を 3 つの群に分ける方法は何通りあるか。
- (2) 6 人を 3 つの群に分けるのに特定の 2 人が同じ組に入る方法は何通りあるか。

(問題 1 0 9)

実数 α について $[\alpha]$ は α を超えない最大の整数とする。

既約分数 $\frac{p}{q}$ ($0 < p < q$) について, 数列 $\{a_n\}$ ($0 \leq a_n < 1$) を

$$a_n = \frac{np}{q} - \left[\frac{np}{q} \right], n = 1, 2, 3, \dots$$

とおく。

(1) $n - m$ が q で割り切れるとき, $a_n = a_m$ を示せ。

(2) a_1, a_2, \dots, a_q は相異なる q 個の数であって, 更に

$$a_1 + a_2 + \dots + a_q = \frac{q-1}{2}$$

を示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ を求めよ。

(問題 1 1 0)

方程式 $(x^2 + 2x - 2)e^{-x} + a = 0$ の解の個数を求めよ。